Bonjour à tous,

J'espère d'abord que vous vous portez bien ainsi que votre famille. Le retour à l'école n'est pas prévu pour tout de suite comme vous avez pu l'entendre. Du coup, afin tout de même de vous donner quelques bases qui vous seront utiles pour la quatrième année, je vais vous donner ici une leçon sur la « factorisation » et revoir avec vous, des méthodes que vous avez déjà utilisées en deuxième secondaire.

Bon travail à vous tous. Le corrigé suivra par la suite.

La factorisation.

1) Définition :

FACTORISER (tu entends le mot « facteur ») = transformer une SOMME ou DIFFERENCE de termes en un PRODUIT de facteurs

2) Factoriser en utilisant la mise en évidence :

RAPPEL :

$a \, . \, (b + c) \xrightarrow{\text{JE DISTRIBUE}} a \, . \, b + a \, . \, c = ab + ac$

$ab + ac \xrightarrow{\text{JE METS EN EVIDENCE}} a \, . \, (b + c)$

Le signe « . » n'est pas obligatoire entre un facteur littéral et des parenthèses

$a \, . \, (b + c)$ peut très bien s'écrire $a\,(b + c)$

Exemples :

$2a + ax - 4ab = a\ .\ (2 + x - 4b)$ car $a\ .\ (2 + x - 4ab) = 2a + ax - 4ab$

$13a^3 + 8a^2 = a^2\ .\ (13a + 8)$ car $a^2\ .\ 13a = 13a^3$ et $a^2\ .\ 8 = 8a^2$

$15xy^2 - 18x^2y = 3xy\ .\ (5y - 6x)$

car le PGCD (15,18) = 3

Car $3xy\ .\ (5y - 6x) = 3xy\ .\ 5y - 3xy\ .\ 6x = 15xy^2 - 18x^2y$

(on met toujours en évidence la lettre commune aux deux termes accompagnée de son plus petit exposant)

$a(b - 1) - 3(b - 1) = (b - 1)\ .\ (a - 3)$

UTILE !!!

$3\ .\ (a - 2) - b(2 - a) = (a - 2)(3 + b)$

$(a - 2)$ et $(2 - a)$ sont deux expressions OPPOSEES

En effet, $-(2 - a) = -2 + a = a - 2$

- Donc dans ce cas, on change le signe de l'opération principale en son opposé
- Si – alors après mise en évidence +
- Si + alors après mise en évidence –

A toi de jouer et de t'exercer à la page suivante

Exercices :

1.

Dans chaque cas, repère l'(les) expression(s) qui n'est (ne sont) pas égale(s) à la somme proposée et détermine, parmi les expressions restantes, celle(s) qui présente(nt) la meilleure mise en évidence.

$18x + 12$	$2 . (9x + 6)$	$\cancel{6 . (2x + 3)}$	$6 . (3x + 2)$	$\cancel{2 . (9 + 6x)}$
$8x^2 - 12x + 4$	$\cancel{4 . (2x^2 - 3x)}$	$2 . (4x^2 - 6x + 2)$	$4 . (2x^2 - 3x + 1)$	$\cancel{4 . (4x^2 - 8x)}$
$6x - 6$	$\cancel{3 . (3x - 3)}$	$6 . (x - 1)$	$\cancel{6 . (x - 0)}$	$3 . (2x - 2)$
$x^6 - 2x^3$	$x . (x^5 - 2x^2)$	$x^3 . (x^3 - 2)$	$\cancel{x^3 . (x^2 - 2)}$	$x^2 . (x^4 - 2x)$
$7a^7 + 2a^2$	$\cancel{2 . (5a^7 + a^2)}$	$\cancel{2a^2 . (5a^5 + 1)}$	$a^2 . (7a^5 + 2)$	$a . (7a^6 + 2a)$
$9x^3 - 27x^2$	$9x . (x^2 - 3x)$	$x^2 . (9x - 27)$	$\cancel{9x^2 . (x - 18)}$	$9x^2 . (x - 3)$

$18a + 24b$	$\cancel{18 . (a + 6b)}$	$6 . (3a + 4b)$	$3 . (6a + 8b)$	$2 . (9a + 12b)$
$-2a - 2b$	$\cancel{-2 . (a - b)}$	$-2 . (a + b)$	$2 . (-a - b)$	$\cancel{2 . (a - b)}$
$-12a + 8b$	$4 . (-3a + 2b)$	$\cancel{-4 . (3a + 2b)}$	$-4 . (3a - 2b)$	$2 . (-6a + 4b)$

2. Factorise par la mise en évidence :

Série 1
1) $12ab - 15x =$ $3 . (4ab - 5x)$
2) $24ab - 36a^2 =$ $12a(2b - 3a)$
3) $6a^2b^3 + 9ab^4 - 21a^3b^2 =$ $3ab^2(2ab + 3b^2 - 7a^2b)$
4) $28x^4y^3 - 42x^3y^5 + 56x^5y^2 =$ $14x^3y^2(2xy - 3y^3 + 4x^2)$
5) $a(x - y) + b(x - y) =$ $(x-y)(a+b)$
6) $(x^2 + 2x)(x - 3) - 5(x - 3) =$ $(x-3)(x^2+2x-5)$
7) $12a^2(x - 1) - 6a^2(3x + 2) =$ Plus compliqué → sera abordé en classe en 4ème.
8) $(a + 3)(x - y) - 2(y - x) =$ $(x-y)(a+3+2) = (x-y)(a+5)$

opposés
donc changement de signe.

Série 2
1) $8a^2b^3 + 4a^4b^2 =$ $4a^2b^2(2b + a^2)$
2) $a^3x - a^2x =$ $a^2x(a-1)$ car $a^2x(a-1) = a^3x - a^2x$
3) $36a^3b^2 - 48a^5b^3 + 30a^2b^5 =$ $6a^2b^2(6a - 8a^3b + 5b^3)$
4) $6x^2y^4 - 18x^3y^2 - 9x^2y^2 =$ $3x^2y^2(2y^2 - 6x - 3)$
5) $\underbrace{x^2}\,\underbrace{(x+2)} + \underbrace{(x+2)} =$ $(x+2)(x^2+1)$
6) $a\,\underbrace{(b-c)}\,-\,3\,\underbrace{(c-b)} =$ $(b-c)(a+3)$

là aussi tu peux utiliser la distributivité pour vérifier.

opposés donc changement de signe.

---

3. Factoriser en utilisant les produits remarquables :

➢ **Si l'expression est un binôme (= 2 termes) :**

$$a^2 - b^2 = (a - b) . (a + b)$$

!!!!! ATTENTION : $a^2 + b^2$ est impossible à factoriser car ce n'est pas une formule de produit remarquable

Exemples :

A) $a^2 - 4 = (a - 2) . (a + 2)$ car $\sqrt{a^2} = a$ et $\sqrt{4} = 2$

B) $(x - 2)^2 - (a - 1)^2 = [(x - 2) + (a - 1)] . [(x - 2) - (a - 1)]$

Car $\sqrt{(x-2)^2} = (x-2)$ et $\sqrt{(a-1)^2} = (a - 1)$

$= (x - 2 + a - 1) . (x - 2 - a + 1)$

car lorsqu'il y a un – devant des ( ), on change le signe de chacun des termes qui se trouvent à l'intérieur des ( )

$= (x + a - 3) . (x - a - 1)$

C) $50 - x^2 = 2 \,.\, (25 - x^2)$

→ **d'abord si cela est possible, il faut toujours commencer par mettre en évidence**

$= 2 \,.\, (5 - x) \,.\, (5 + x)$

- Je factorise en utilisant la formule de produit remarquable (binôme conjugué)

Car $\sqrt{25} = 5$ et $\sqrt{x^2} = x$

- **<u>Si l'expression est un trinôme (= 3 termes) :</u>**

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \quad \text{et } (a+b)^2 = (a+b)\,.\,(a+b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \quad \text{et } (a-b)^2 = (a-b)\,.\,(a-b)$$

<u>Exemples :</u>

A) $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ car $\sqrt{x^2} = x$ $\quad \sqrt{9} = 3$

et le double produit $2 \,.\, 3 \,.\, x = 6x$

B) $x^2 + 4 - 4x = (x - 2)^2$ car $\sqrt{x^2} = x$ $\quad \sqrt{4} = 2$

et le double produit $2 \,.\, 2 \,.\, x = 4x$

(!!! le signe du double produit détermine le signe lors de la factorisation)

C) $x^2 - 3x + 1$ = PAS FACTORISABLE car $\sqrt{x^2} = x$ $\quad \sqrt{1} = 1$

mais le double produit $2 \,.\, x \,.\, 1 \neq 3x$

D) $2x^2 + 20x + 50 = 2 \,.\, (x^2 + 10x + 25)$ → d'abord MISE EN EVIDENCE

$= 2 \,.\, (x + 5)^2$ car $\sqrt{x^2} = x$ $\quad \sqrt{25} = 5$

et le double produit $2 \,.\, x \,.\, 5 = 10x$

<u>A toi de jouer et de t'exercer à la page suivante</u>

Exercices :

1.

Dans chaque cas, retrouve les expressions qui ne sont pas égales à la somme proposée.

$x^2 - 16$	$(x-4).(x+4)$	$(x+4).(x-4)$	$(x-4)^2$	$(x-4).(x-4)$
$25x^2 - 9$	$(5x-3).(5x+3)$	$(5x+3)^2$	$(5x-3)^2$	$(5x-3).(5x-3)$
$-1 + x^2$	$(1-x).(1+x)$	$(x-1).(x+1)$	$(x-1)^2$	$(-1+x).(1+x)$

$x^2 - 6x + 9$	$(x+3).(x-3)$	$(x-3)^2$	$(x+3)^2$	$(x-3).(x-3)$
$4x^2 + 20x + 25$	$(2x+5)^2$	$(2x-5)^2$	$(5+2x)^2$	$(2x+5).(2x+5)$
$49 + x^2 - 14x$	$(x-7)^2$	$(x-7).(x+7)$	$(7-x)^2$	$(x-7).(7+x)$

$x^2 - 8x + 16$	$(x-4).(x+4)$	$(x-4)^2$	$(x+4)^2$	$(x-4).(x-4)$
$-16 + 9x^2$	$(4-3x).(4+3x)$	$(3x+4).(3x-4)$	$(3x-4)^2$	$(4-3x)^2$
$4x^2 + 1 + 4x$	$(2x+1)^2$	$(2x-1)^2$	$(1+2x)^2$	$(2x+1).(2x-1)$

2.

Complète les égalités suivantes.

a) $x^2 - 36 = (x + 6).(x - 6)$

$25x^2 - 16 = (5x - 4).(5x + 4)$

$1 - 4x^2 = (1 - 2x).(1 + 2x)$

$121 - 9x^2 = (11 - 3x).(11 + 3x)$

b) $x^2 + 20x + 100 = (x + 10)^2$

$9x^2 + 30x + 25 = (3x + 5)^2$

$81x^2 - 18x + 1 = (9x - 1)^2$

$4 + 4x + x^2 = (2 + x)^2$

c) $x^2 + 24x + 144 = (x + 12)^2$

$4x^2 - 225 = (2x - 15).(2x + 15)$

$64 + 48x + 9x^2 = (3x + 8)^2$

$25x^2 - 1 = (5x + 1).(5x - 1)$

d) $9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$

$25 - 20x + 4x^2 = (5 - 2x)^2$

$16 - 625x^2 = (4 + 25x).(4 - 25x)$

$4x^2 + 28x + 49 = (2x + 7)^2$

3.

Factorise en utilisant $a^2 - b^2 = (a + b) . (a - b)$

Série 1
1) $16x^2 - 25y^2 = (4x - 5y)(4x + 5y)$
2) $a^2 - 49 = (a - 7)(a + 7)$
3) $(3x - 5y)^2 - (x + 3y)^2 = [(3x - 5y) - (x + 3y)][(3x - 5y) + (x + 3y)]$ $= (3x - 5y - x - 3y)(3x - 5y + x + 3y)$ $= (2x - 8y)(4x - 2y)$
4) $(a + b)^2 - c^2 = [(a + b) - c][(a + b) + c] = (a + b - c)(a + b + c)$
5) $25x^2 - (y + z)^2 = [5x^2 - (y + z)][5x^2 + (y + z)] = [5x^2 - y - z][5x^2 + y + z]$
6) $x^5 - x^3 = x^3(x^2 - 1) = x^3(x - 1)(x + 1)$! D'abord mise en évidence
7) $\frac{4}{9}a^2 - \frac{x^2}{16} = \left(\frac{2}{3}a - \frac{x}{4}\right)\left(\frac{2}{3}a + \frac{x}{4}\right)$
8) $x^5 - x = x(x^4 - 1) = x(x^2 - 1)(x^2 + 1)$ $= x(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$

Plus compliqués sans avoir été en classe !

Série 2
1) $4 - x^2 = (2 - x)(2 + x)$
2) $- 25a^2 + x^2 = (x - 5a)(x + 5a)$
3) $36a^2 - (b - 2a)^2 = [6a - (b - 2a)][6a + (b - 2a)]$ $= (6a - b + 2a)(6a + b - 2a) = (8a - b)(4a + b)$
4) $5ab^2 - 5ac^2 = 5a(b^2 - c^2) = 5a(b - c)(b + c)$
5) $a^2 - (b + c)^2 = [a - (b + c)][a + (b + c)] = (a - b - c)(a + b + c)$
6) $x^4 - y^4 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$
7) $\frac{4}{25}a^2b^2 - \frac{1}{16}a^2c^2 = a^2\left(\frac{4}{25}b^2 - \frac{1}{16}c^2\right) = a^2\left(\frac{2}{5}b - \frac{1}{4}c\right)\left(\frac{2}{5}b + \frac{1}{4}c\right)$
8) $36x^3yz^3 - 25xy^3z^3 = xyz^3(36x^2 - 25y^2) = xyz^3(6x - 5y)(6x + 5y)$

4.

Factorise en utilisant $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$:

Série 1
1) $x^2 - 6x + 9 =$ $(x-3)^2$
2) $-6x^2 + 9 + x^4 =$ $(x^2-3)^2$
3) $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 =$ $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$
4) $-a^2 - b^2 + 2ab =$ sera abordé en classe.
5) $\frac{x^2}{16} + 9y^2 - \frac{3xy}{2} =$ $\left(\frac{x}{4} - 3y\right)^2$
6) $4a^3b + 9ab^3 - 12a^2b^2 =$ $ab(4a^2+9b^2-12ab) = ab(2a-3b)^2$
7) $36 + 4a^2b^2 - 24ab =$ $(2ab-6)^2$

⚠ D'abord mise en évidence

Série 2
1) $a^2 + 4b^2 + 4ab =$ $(a+2b)^2$
2) $x^2 + \frac{1}{4} - x =$ $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$
3) $4a^2b^2 - 20ab + 25 =$ $(2ab-5)^2$
4) $x^4 + 2x^3 + x^2 =$ $x^2(x^2+2x+1) = x^2(x+1)^2$
5) $48a - 16a^2 - 36 =$ sera abordé en classe.
6) $a^4 - 2a^2b^2 + b^4 =$ $(a^2-b^2)^2$
7) $\frac{a^2}{9} + \frac{2ab}{15} + \frac{b^2}{25} =$ $\left(\frac{a}{3} + \frac{b}{5}\right)^2$

! Mise en évidence